

Come affrontare un problema di decidibilità/computabilità

Linee guida

Casi immediati

- C'è una domanda di tipo booleano la cui risposta non dipende da alcun parametro esterno?
 - Si tratta di una **domanda chiusa** --> problema decidibile
 - (anche se non sappiamo rispondere alla domanda!)
- La funzione in questione consiste di un **numero finito di casi**, tutti singolarmente decidibili/calcolabili?
 - La funzione è calcolabile

Caso del programmatore

- Sapremo scrivere un programma (in C, Java, ...) che risolve il problema dato?
 - La funzione è calcolabile
- NB: questo vuol dire che so scrivere un programma che, per ogni possibile ingresso, è in grado di calcolare il valore corretto dell'uscita
- NB: se, per qualche valore dell'ingresso, l'uscita non è definita, basta far entrare il programma in un loop infinito

Riduzioni

- Conosco un problema indecidibile che è un caso particolare del mio problema
 - --> il mio problema è indecidibile
- Conosco un problema decidibile di cui il mio problema è un caso particolare
 - --> il mio problema è decidibile

Teorema di Rice (funzioni)

- Devo verificare se un programma/TM/algorithmo
 - ha una data **proprietà** (relativa alla **funzione** da esso calcolata)?
 - calcola una **funzione** tra quelle di un insieme dato?
- In questi casi posso utilizzare il teorema di Rice
- Se l'insieme di funzioni identificato (cioè quelle che hanno la data proprietà o che appartengono al dato insieme) è non banale, il problema è indecidibile, altrimenti è decidibile
- Un insieme di funzioni è banale se
 - È vuoto, oppure
 - È l'insieme di tutte le funzioni computabili

Ricorsività di un insieme S di numeri naturali

- S è **finito**:
 - S è certamente ricorsivo
- S è **infinito**:
 - La funzione caratteristica di S (cioè quella che determina se un generico elemento appartiene a S) è computabile
 - $\rightarrow S$ è ricorsivo
 - (altrimenti S non è ricorsivo)
 - S può essere espresso come insieme di indici di TM con una proprietà comune relativa alla **funzione** che calcolano
 - Posso usare il teorema di Rice
 - S può essere espresso come insieme di indici di TM con una proprietà comune che **non** riguarda però la **funzione** che calcolano
 - Questo significa che posso trovare due TM, una con la proprietà e una senza, che calcolano la stessa funzione
 - **Non** posso usare il teorema di Rice