

Algoritmi e Principi dell'Informatica

Appello del 1 Settembre 2016

Esercizio 1 (9 punti)

1. Si costruisca un automa, preferibilmente a minima potenza riconoscitiva, che accetti il linguaggio $L_1 \subseteq \{a,b\}^*$ costituito da tutte e sole le stringhe w tali che, se w contiene la sottostringa aa , allora la sua lunghezza è dispari.
2. Si determini la famiglia di automi a potenza riconoscitiva minima -o minimale- tale che un suo membro riconosca il linguaggio $L_2 \subseteq \{a,b,c\}^*$, costituito da tutte e sole le stringhe w tali che w includa la stringa $ca^n c$ (per qualche $n > 0$) e, successivamente, la stringa $ba^{2n}b$ (la stringa w può contenere altre sottostringhe oltre alle suddette $ca^n c$ e $ba^{2n}b$).
 - a. Si costruisca un automa in tale famiglia che riconosca L_2 ;
 - b. Si costruisca una grammatica, preferibilmente a minima potenza generativa, che generi L_2 .

Esercizio 2 (8 punti)

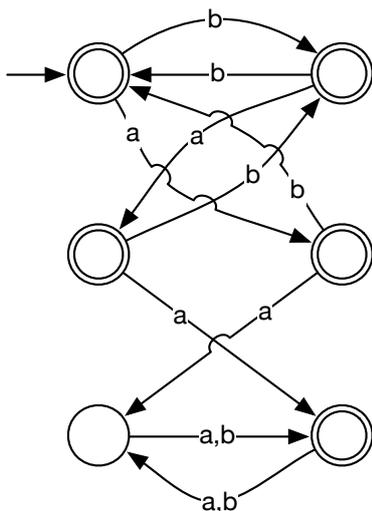
Per entrambi i punti seguenti si assuma che L sia un linguaggio infinito costruito su un alfabeto A .

1. Sia L un linguaggio ricorsivo.
Esiste necessariamente una enumerazione algoritmica E che enumera tutte le stringhe di L in ordine lessicografico? Motivare brevemente la risposta.
2. Sia E una enumerazione algoritmica E che enumera tutte le stringhe di un linguaggio L in ordine lessicografico.
 L è necessariamente ricorsivo? Motivare brevemente la risposta.

Tracce delle soluzioni

Esercizio 1

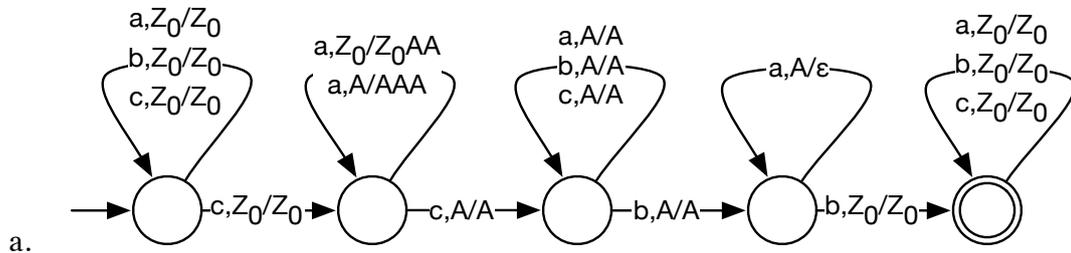
1. Il seguente automa a stati finiti riconosce L_1 .



2. Un automa a stati finiti non è evidentemente in grado di riconoscere L_2 a causa della necessità di un conteggio illimitato. Neanche un automa a pila deterministico è in grado di operare il riconoscimento perché una stringa del linguaggio può contenere diverse

sottostringhe del tipo $ca^n c$, di cui solo una abbia una corrispondente sottostringa $ba^{2n}b$ come ad esempio nella stringa $acaaacbbcacbaabc$.

E' anche possibile costruire una rete di Petri che riconosca L_2 ; quindi, siccome PDA e reti di Petri hanno potenza riconoscitiva incomparabile, vi sono almeno due famiglie di automi, tra quelle classiche, a potenza riconoscitiva minimale, in grado di formalizzare L_2 .



- b.
- $S \rightarrow XDX$
 - $D \rightarrow caEaab$
 - $E \rightarrow aEaa \mid cXb$
 - $X \rightarrow aX \mid bX \mid cX \mid \epsilon$

Esercizio 2

1) L è ricorsivo, quindi esiste un “decisore” per L , cioè una macchina di Turing M che termina sempre e scrive 1 in uscita se la stringa in ingresso appartiene a L , 0 altrimenti. L’enumerazione algoritmica E richiesta si ottiene come segue: basta enumerare tutte le stringhe di A^* in ordine lessicografico (cosa sempre possibile) e, per ciascuna di esse, testarne l’appartenenza ad L tramite M (che è disponibile per ipotesi), stampandola in uscita solo se appartiene a L .

2) L è enumerabile algoritmicamente mediante E in ordine lessicografico. Si può quindi costruire un decider M per L come segue: quando riceve una stringa x in ingresso, M esegue l’enumerazione E e legge la lista di tutte le stringhe di L in ordine lessicografico fino a che non compare una stringa che lessicograficamente stia dopo x (tale stringa deve necessariamente esistere, perché L è infinito). Se x è apparso nell’enumerazione, allora M stampa 1 in uscita, altrimenti stampa 0.