

Prova finale di algoritmi e strutture dati 2024-2025

Movhex è una compagnia di autotrasporti che dispone di una flotta di veicoli dispersi su un'ampia area geografica. Al fine di minimizzare i costi, **Movhex** ti ha commissionato l'implementazione di un programma che aiuti nel calcolo delle rotte ottimali per i suoi mezzi.

Il programma da realizzare modella la superficie del pianeta con una **mappa** formata da piastrelle esagonali di uguali dimensioni. La **mappa** è piastrellata in modo *rettangolare*, e quindi composta da un numero fissato di righe e colonne, specificate all'inizio dell'esecuzione del programma.

Ogni **piastrella** esagonale della mappa è connessa a esattamente sei altre piastrelle, fatte salvo quelle che costituiscono i bordi della mappa. Figura 1 riporta una mappa d'esempio con 4 righe e 5 colonne. Ogni **esagono** è identificato univocamente dai suoi indici di colonna e riga, in quest'ordine. Gli indici di riga e colonna iniziano da zero e numerano gli **esagoni** da sinistra verso destra, dal basso verso l'alto. L'**esagono** (0, 1) è collocato sul lato in alto a destra dell'esagono (0, 0), come mostrato in Figura 1.

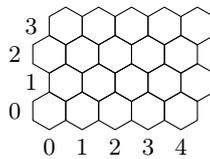


Figura 1: Una mappa con 4 righe e 5 colonne

Gli autoveicoli percorrono rotte spostandosi da un esagono a un altro ad esso **collegato**. Ogni esagono è collegato a tutti quelli ad esso adiacenti sulla mappa. Durante l'esecuzione, gli **esagoni** possono ottenere o perdere collegamenti tramite apertura e chiusura di **rotte aeree**. Una rotta aerea è identificata univocamente dalla coppia ordinata dei due esagoni che essa collega monodirezionalmente, rendendoli adiacenti tra loro, inoltre ogni rotta aerea è dotata di un **costo** di attraversata. Da ogni esagono partono al più 5 **rotte aeree**.

Ad ogni esagono è associato un numero naturale: se positivo, rappresenta la **costo** di uscita via terra dall'esagono. Il valore 0 (zero) indica che l'esagono non può essere abbandonato (ma può essere visitato). Altrimenti, il costo minimo è 1, e il massimo è 100. Spostarsi da un esagono ad un altro ad esso collegato ha un costo pari al numero associato all'esagono di partenza. Il **costo** di uscita via terra dagli esagoni e il **costo** di attraversata delle **rotte aeree** può variare durante l'esecuzione del programma.

Il programma da realizzare riceve una sequenza di comandi da standard input, a cui risponde stampando su standard output. Ogni risposta è terminata dal carattere di fine riga ('`\n`'). I comandi sono specificati nel seguito; le parole scritte tra parentesi angolate (`<...>`) rappresentano variabili la cui semantica è specificata nella descrizione del comando. È garantito che al programma vengano sottoposti soltanto comandi aderenti alle seguenti specifiche. Tutti i valori interi positivi o nulli sono codificabili in 32 bit. Tutti i valori reali devono essere codificati in float a 32 bit.

- **init** `<n. colonne>` `<n. righe>`
Inizializza (o reinizializza se già inizializzata) la mappa di `<n. righe>` \times `<n. colonne>`. Il programma risponde con il messaggio OK. Tutti gli esagoni hanno un costo iniziale pari a 1 e non sono presenti **rotte aeree**.
- **change_cost** `<x>` `<y>` `<v>` `<raggio>`
`<x>` e `<y>` sono le coordinate di un esagono, `<v>` è un intero compreso tra -10 e 10 e `<raggio>` è un intero positivo. Si consideri la distanza $\text{DISTESAGONI}((x_a, y_a), (x_b, y_b))$ calcolata come il numero minimo di *esagoni* da percorrere, partendo da quello di coordinate (x_a, y_a) , per giungere a quello di coordinate (x_b, y_b) , includendo quello di destinazione nel conteggio e ignorando costi, intransitabilità e rotte aeree. Il comando **change_cost** modifica il costo di un qualunque esagono in posizione (x_e, y_e) tale per cui $\text{DISTESAGONI}((x_e, y_e), (\langle x \rangle, \langle y \rangle)) < \langle \text{raggio} \rangle$, e di tutte le sue **rotte aeree** uscenti, secondo la seguente formula:

$$\text{costo}_{(x_e, y_e)} = \text{costo}_{(x_e, y_e)} + \left\lfloor \langle v \rangle \times \max \left(0, \left(\frac{\langle \text{raggio} \rangle - \text{DISTESAGONI}(x_e, y_e, \langle x \rangle, \langle y \rangle)}{\langle \text{raggio} \rangle} \right) \right) \right\rfloor$$

Il programma risponde KO se `<x>` e `<y>` non indicano un **esagono** valido, oppure se `<raggio>` = 0 altrimenti risponde OK.

- `toggle_air_route` $\langle x1 \rangle \langle y1 \rangle \langle x2 \rangle \langle y2 \rangle$
 Aggiunge, se assente, o rimuove, se già presente, una **rotta aerea** tra due **esagoni**. Il **costo** della nuova **connessione** è la media (approssimata per difetto) dei **costi** di *tutte* le **connessioni aeree** uscenti nell'esagono in $(\langle x1 \rangle, \langle y1 \rangle)$ precedentemente esistenti, e del suo costo di uscita. In caso la **rotta aerea** venga aggiunta, il programma risponde OK se le coordinate $(\langle x1 \rangle, \langle y1 \rangle)$ e $(\langle x2 \rangle, \langle y2 \rangle)$ si riferiscono a **esagoni** validi, ed $(\langle x1 \rangle, \langle y1 \rangle)$ non dispone già di 5 **rotte aeree** uscenti. Altrimenti risponde KO.
- `travel_cost` $\langle xp \rangle \langle yp \rangle \langle xd \rangle \langle yd \rangle$
 Risponde con la più piccola somma dei **costi** delle **connessioni aeree** e/o i costi di uscita via terra degli **esagoni** da attraversare per raggiungere l'**esagono** di destinazione $(\langle xd \rangle, \langle yd \rangle)$ partendo da $(\langle xp \rangle, \langle yp \rangle)$. Il costo di uscita dell'esagono di destinazione è ignorato. Se la destinazione coincide con la partenza, il costo è zero a prescindere da ogni altro fattore. Se si attraversa una connessione aerea il costo di uscita via terra dell'esagono sorgente di quella connessione aerea è ignorato. Risponde -1 se $(\langle xp \rangle, \langle yp \rangle)$ o $(\langle xd \rangle, \langle yd \rangle)$ non sono validi, o se non sono raggiungibili tra loro.

Esempio

Di seguito un esempio che illustra il funzionamento atteso del programma.

Comando	Risposta	Commento
<code>init 100 100</code>	OK	Configurazione mappa
<code>change_cost 10 20 -10 5</code>	OK	Rende intransitabile una regione della mappa
<code>change_cost 30 95 10 1</code>	OK	Aumenta il costo delle connessioni in uscita di un singolo esagono (30, 95)
<code>travel_cost 0 0 20 0</code>	20	Somma dei costi delle connessioni tra i due esagoni
<code>travel_cost 30 95 30 97</code>	12	Costo di attraversare due connessioni, di cui una modificata da <code>change_cost</code>
<code>travel_cost 10 20 11 20</code>	-1	La destinazione non è raggiungibile dalla sorgente
<code>toggle_air_route 0 0 20 0</code>	OK	Connette due esagoni
<code>travel_cost 0 0 20 0</code>	1	Ora il costo tra le due caselle è 1 grazie alla nuova connessione
<code>toggle_air_route 10 20 10 22</code>	OK	Connette un esagono adiacente prima irraggiungibile, ma la media dei costi è 0, quindi resta intransitabile
<code>travel_cost 10 20 10 22</code>	-1	Sia la connessione per adiacenza sia quella addizionale sono intransitabili
<code>toggle_air_route 0 0 20 0</code>	OK	Sconnette i due esagoni
<code>travel_cost 0 0 20 0</code>	20	Rimossa la connessione addizionale, il costo torna quello delle connessioni intermedie
<code>change_cost 200 20 -10 5</code>	KO	Un argomento indica un esagono inesistente
<code>toggle_air_route 200 20 -10 5</code>	KO	Un argomento indica un esagono inesistente
<code>travel_cost 200 20 11 20</code>	-1	Un argomento indica un esagono inesistente

Suggerimento: gli input del programma saranno simili a quelli che si riscontrano nella realtà: raramente vengono eseguiti i comandi `change_cost` e `toggle_air_route`, mentre il comando `travel_cost` è molto utilizzato. Inoltre, la maggior parte delle sorgenti e delle destinazioni del comando `travel_cost` si concentra nelle stesse zone della mappa, mentre altre sono completamente ignorate. Questo offre opportunità di ottimizzazione.