Strutture Dati

Parte I: pile, code, liste, tabelle hash

Scopo delle strutture dati

- Le strutture dati sono usate per *contenere oggetti*
- Rappresentano *collezioni* di oggetti
- Spesso (ma non sempre) gli oggetti di in una struttura dati hanno
  - una *chiave*, che serve per indicizzare l'oggetto, e
  - dei *dati satelliti* associati (che sono i dati di interesse che porta con sé l'oggetto)
- Per esempio, si fa ricerca sulla chiave per accedere ai dati satelliti, che possono essere qualunque
- Ci sono 2 tipi di operazioni sulle strutture dati:
  - operazioni che *modificano* la collezione
  - operazioni che *interrogano* la collezione

Operazioni tipiche

- SEARCH(S, k) interrogazione
  - restituisce l'oggetto (o, meglio il suo riferimento) x nella collezione S con chiave k
  - NIL se nessun oggetto nella collezione ha chiave k
- INSERT(S, x) modifica
  - inserisce l'oggetto x nella collezione S
- DELETE(S, x) modifica
  - cancella l'oggetto x dalla collezione S
- MINIMUM(S) interrogazione
  - restituisce l'oggetto nella collezione con la chiave più piccola
- MAXIMUM(S) interrogazione
  - restituisce l'oggetto nella collezione con la chiave più grande
- SUCCESSOR(S, x) interrogazione
  - restituisce l'oggetto che segue x nella collezione, secondo una qualche relazione di ordinamento
  - ad esempio, l'elemento con la prossima chiave più grande, se c'è un ordinamento sulle chiavi
  - o altro (la sua definizione dipende dalla specifica struttura dati)
- PREDECESSOR(S,x) interrogazione
  - restituisce l'oggetto che precede x nella collezione, secondo una qualche relazione di ordinamento

Pila (stack)

- Ad un livello astratto, una pila è una collezione di oggetti sulla quale possiamo fare le seguenti operazioni:
  - controllare se è vuota
  - inserire un elemento nella collezione (PUSH)
  - cancellare un elemento dalla collezione (POP)
    - l'operazione di POP restituisce l'elemento cancellato
- Una pila è gestita con una politica LIFO (Last In First Out)
  - L'elemento che viene cancellato è quello che è stato inserito per ultimo (cioè quello che è nella pila da meno tempo)
  - Se viene fatta una PUSH di un elemento *e* su una pila S, seguita immediatamente da una POP su S, l'elemento restituito dalla POP è lo stesso *e* di cui era stata fatta la PUSH

Pila implementata come array

- Se la pila può contenere al massimo *n* elementi, possiamo implementarla come un array di lunghezza *n*
- Per tenere traccia dell'indice dell'elemento che è stato inserito per ultimo viene introdotto un attributo, chiamato *top*
  - se una pila *S* è implementata mediante un array, *S*.*top* è l'indice dell'ultimo elemento inserito
- se *S*.*top* = *t*, allora *S*[1], *S*[2], ..., *S*[*t*] contengono tutti gli elementi, e *S*[1] è stato inserito prima di *S*[2], che è stato inserito prima di *S*[3], ecc.
- se *S*.*top* = 0, la pila è vuota, e nessun elemento può essere cancellato
- se *S*.*top* = *S*.*length*, la pila è piena, e nessun elemento vi può essere aggiunto

Pseudocodice per le operazioni sulla pila implementata tramite array

```
PUSH(S, x)
1  if S.top = S.length
2    error "overflow"
3  else S.top := S.top + 1
4    S[S.top] := x
POP(S)
1  if S.top = 0
2    error "underflow"
3  else S.top := S.top - 1
4    return S[S.top + 1]
```

Coda (queue)

- Le code sono simili alle pile, salvo che una coda è gestita con una politica FIFO (First In First Out)
- A livello astratto, una coda è una collezione di oggetti sulla quale si possono fare le seguenti operazioni:
  - controllare se è vuota
  - inserire un elemento nella collezione (`ENQUEUE`)
  - cancellare un elemento dalla collezione (`DEQUEUE`)
    - L'elemento che viene cancellato è quello che era stato inserito per primo (cioè quello che è rimasto nella coda per *più* tempo)
  - si noti che l'operazione di `DEQUEUE` *restituisce* l'elemento cancellato

Implementazione della coda

- Se una coda può contenere al più *n* elementi, allora, come per le pile, possiamo implementarla tramite un array di lunghezza *n* (in realtà *n* + 1)
- Ora però dobbiamo tenere traccia di 2 indici:
  - l'indice del prossimo elemento da eliminare (quello che è nella coda da più tempo)
  - l'indice della cella nell'array in cui sarà memorizzato il prossimo elemento inserito nella coda
- Utilizziamo 2 attributi: *head* e *tail*
- Se `Q` è una coda implementata mediante un array, `Q.head` è l'indice dell'elemento da più tempo nell'array
- `Q.tail` è l'indice in cui il prossimo elemento inserito dovrà essere memorizzato
  - cioè, `Q.tail-1` è l'indice dell'ultimo elemento inserito

Pseudocodice per le operazioni sulle code

- Prima di introdurre lo pseudocodice di `ENQUEUE` e `DEQUEUE`, analizziamo come funziona una coda implementata come array
- Gli elementi di una coda `Q` hanno indici `Q.head`, `Q.head+1`, …, `Q.tail-1`
- Se `Q.tail` = `Q.length` e un nuovo elemento è inserito, il prossimo valore di `Q.tail` sarà `1`
  - La coda funziona in modo “circolare”
  - Per esempio, se la coda ha lunghezza 10 e `Q.tail` = 10, quando inseriamo un nuovo elemento, dopo l'accodamento abbiamo che `Q.tail` = 1
  - se `Q.head` = `Q.tail` la coda è vuota
  - se `Q.head` = `Q.tail+1` la coda è piena
- Se la coda non è piena, c'è sempre almeno una cella libera tra `Q.tail` e `Q.head`
- Se dobbiamo implementare mediante un array una coda `Q` che contiene al massimo *n* elementi, l'array deve avere *n*+1 celle

Pseudocodice della coda (che non controlla se è piena/vuota)

```
ENQUEUE(Q, x)
1   Q[Q.tail] := x
2   if Q.tail = Q.length
3     Q.tail := 1
4   else Q.tail := Q.tail + 1


DEQUEUE(Q)
1   x := Q[Q.head]
2   if Q.head = Q.length
3     Q.head := 1
4   else Q.head := Q.head + 1
5   return x
```

tempo di esecuzione:
T(n) = O(1)

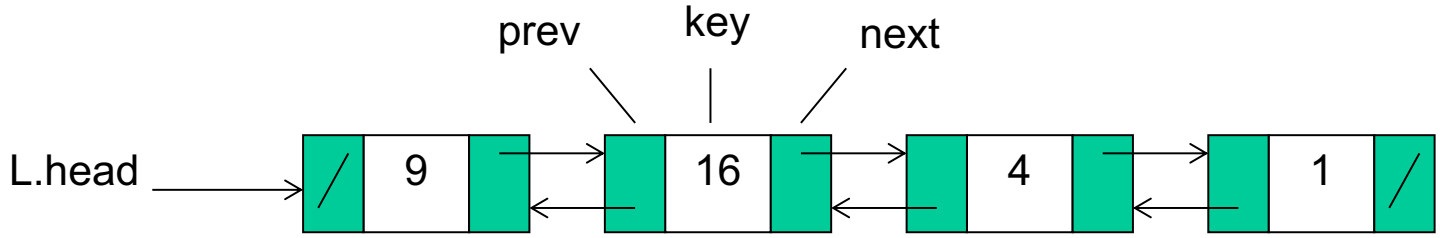
tempo di esecuzione:
T(n) = O(1)

Liste (doppiamente) concatenate

- Una lista concatenata è una struttura dati in cui gli elementi sono sistemati in un ordine lineare, in modo simile ad un array
  - l'ordine è dato non dagli indici degli elementi, ma da una "catena" di puntatori
- Una **lista doppiamente concatenata** è fatta di oggetti con 3 attributi:
  - *key*, che rappresenta il contenuto dell'oggetto
  - *next*, che è il puntatore all'oggetto seguente
    - cioè il successore dell'oggetto nell'ordinamento lineare
  - *prev*, che è il puntatore all'oggetto precedente
    - cioè il predecessore

Rappresentazione della lista doppiamente concatenata

- Sia *x* un oggetto nella lista
- Se *x.next* = *NIL*, *x* non ha successore
  - cioè è l'ultimo elemento della lista
- Se *x.prev* = *NIL*, *x* non ha predecessore
  - cioè è il primo elemento della lista, la *testa* (*head*)
- Ogni lista *L* ha un attributo *L.head*, che è il puntatore al primo elemento della lista
- Esempio di lista doppiamente concatenata



Altri tipi di liste

- Concatenate in modo singolo
  - gli elementi non hanno il puntatore *prev*
- Ordinate
  - l'ordinamento degli elementi nella lista è quello delle chiavi
  - il primo elemento ha la chiave minima, l'ultimo la massima
- Non ordinate
- Circolari
  - il puntatore *prev* di *head* punta alla coda (*tail*), e il puntatore *next* della coda punta alla testa

Operazioni su liste doppiamente concatenate: RICERCA

- input: la lista L in cui cercare e la chiave k desiderata
- output: il puntatore ad un elemento che ha k come chiave, NIL se la chiave non è nella lista

```
LIST-SEARCH(L, k)
1   x := L.head
2   while x ≠ NIL and x.key ≠ k
3      x := x.next
4   return x
```

Nel caso pessimo (quando la chiave non è nella lista): $T(n) = \Theta(n)$

Operazioni su liste doppiamente concatenate: INSERIMENTO

- input: la lista *L* e l'oggetto *x* da aggiungere, inizializzato con la chiave desiderata
- output: inserisce *x* all'inizio della lista *L*
  - (anche se un elemento con la stessa chiave esiste già nella lista)

```
LIST-INSERT(L, x)
1   x.next := L.head
2   if L.head ≠ NIL
3     L.head.prev := x
4   L.head := x
5   x.prev := NIL
```

$T(n) = O(1)$

Operazioni su liste doppiamente concatenate: CANCELLAZIONE

- input: la lista *L*, e l'oggetto *x* da cancellare
  - si noti che non si passa come argomento la chiave da cancellare, ma tutto l'oggetto
- output: cancella *x* dalla lista

```
LIST-DELETE(L, x)
1   if x.prev ≠ NIL
2     x.prev.next := x.next
3   else L.head := x.next
4   if x.next ≠ NIL
5     x.next.prev := x.prev
```

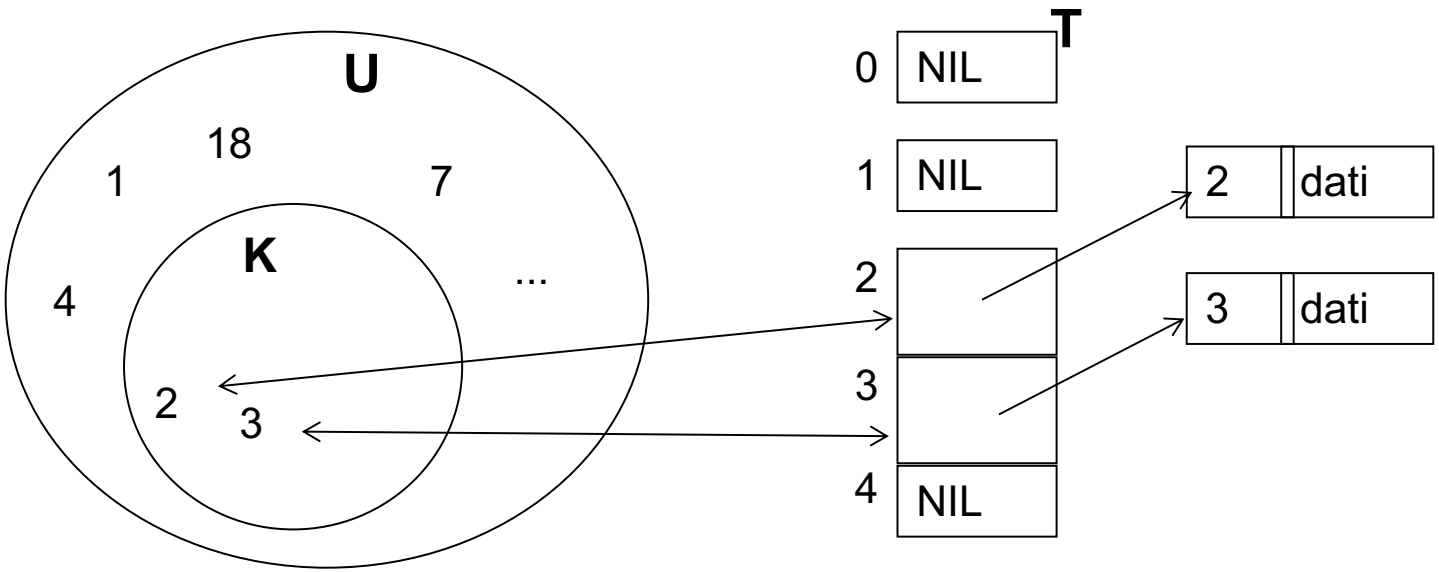
$T(n) = O(1)$

Dizionari e indirizzamento diretto

- Dizionario: insieme dinamico che supporta solo le operazioni di INSERT, DELETE, SEARCH
- Agli oggetti di un dizionario si accede tramite le loro chiavi
- Assumiamo che le chiavi siano numeri naturali (in caso contrario, si può sempre usare la rappresentazione in memoria come stringhe di bit)
- Se la cardinalità m dell'insieme delle possibili chiavi U ($m=|U|$) è ragionevolmente piccola, la maniera più semplice di realizzare un dizionario è tramite un array di m elementi
  - con questo si ha l'*indirizzamento diretto*
  - in questo caso l'array si dice *tabella a indirizzamento diretto*

Rappresentazione con indirizzamento diretto

- Ogni elemento T[*k*] dell'array contiene il riferimento all'oggetto di chiave *k*, se un tale oggetto è stato inserito in tabella, *NIL* altrimenti



Operazioni su una tabella a indirizzamento diretto

- Hanno tutte T(*n*)=O(1)
- Però, se il numero effettivamente memorizzato di chiavi è molto più piccolo del numero di chiavi possibili, c'è un sacco di spreco di spazio...

```
DIRECT-ADDRESS-SEARCH(T, k)
1  return T[k]

DIRECT-ADDRESS-INSERT(T, x)
1  T[x.key] := x

DIRECT-ADDRESS-DELETE(T, x)
1  T[x.key] := NIL
```

Tabelle hash

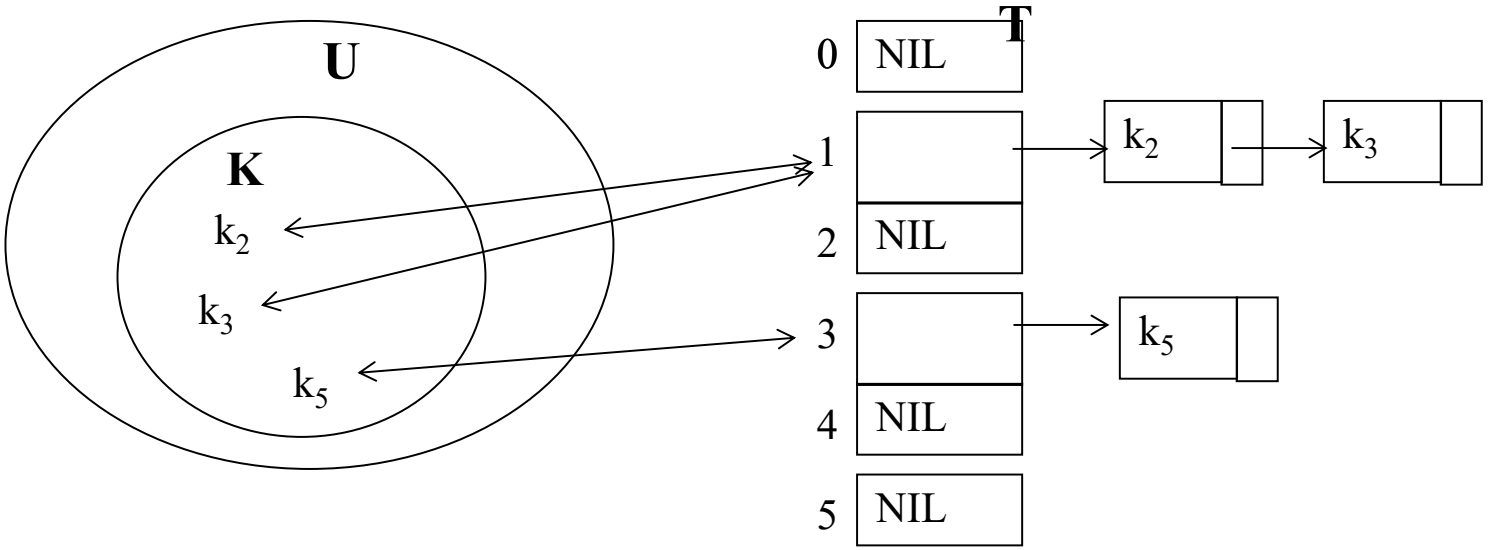
- Una tabella hash usa una memoria proporzionale al numero di chiavi *effettivamente memorizzate* nel dizionario
  - indipendentemente dalla cardinalità dell'insieme U di chiavi
- Idea fondamentale: un oggetto di chiave k è memorizzato in tabella in una cella di indice $h(k)$, dove h è una **funzione hash**
  - se m è la dimensione della tabella, h è una funzione $h: U \rightarrow \{0..m\text{-}1\}$
  - la tabella T ha m celle, $T[0]$, $T[1]$, ... , $T[m\text{-}1]$
  - $h(k)$ è il valore hash della chiave k

Collisioni

- Problema: ho $|U|$ possibili chiavi ed una funzione che le deve mappare su un numero $m < |U|$ (ma tipicamente $<< |U|$) di slot della tabella
  - necessariamente avrò delle chiavi diverse (molte!) k_1, k_2 tali che $h(k_1)=h(k_2)$
  - in questo caso ho delle **collisioni**
- Ci sono diverse tecniche per risolvere le collisioni
- Una tipica è quella del *concatenamento* (*chaining*)

Risoluzione di collisioni tramite concatenamento

- Idea della tecnica del concatenamento: gli oggetti che vengono mappati sullo stesso slot vengono messi in una lista concatenata



Operazioni sulle tabelle hash

```
CHAINED-HASH-INSERT(T, x)
  inserisci x in testa alla lista T[h(x.key)]

CHAINED-HASH-SEARCH(T, k)
  cerca un elemento con chiave k nella lista T[h(k)]

CHAINED-HASH-DELETE(T, x)
  cancella x dalla lista T[h(x.key)]
```

- INSERT si fa in tempo O(1) (assumendo l'elemento da inserire non sia già in tabella)
- SEARCH si fa in tempo proporzionale alla lunghezza di $T[h(k)]$
- DELETE si fa in tempo O(1) se la lista è doppiamente concatenata
  - in input c'è l'oggetto da eliminare, non solo la chiave
  - se singolarmente concatenata, proporzionale alla lunghezza di $T[h(x.key)]$

Analisi della complessità delle operazioni

- Nel caso pessimo, in cui tutti gli n elementi memorizzati finiscono nello stesso slot la complessità è quella di una ricerca in una lista di n elementi, cioè $O(n)$
  - In media, però, le cose non vanno così male...
- Siano:
  - m la dimensione della tabella (il numero di slot disponibili)
  - α il fattore di carico, $\alpha = n/m$
- siccome $0 \leq n \leq |U|$ avremo $0 \leq \alpha \leq |U|/m$

Ipotesi dell'hashing uniforme semplice

- Ogni chiave ha la stessa probabilità $1/m$ di finire in una qualsiasi delle m celle di T, indipendentemente dalle chiavi precedentemente inserite
- Sotto questa ipotesi, la lunghezza media di una lista è

$$E[n_j] = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} n_i = \frac{n}{m} = \alpha$$

- Quindi il tempo medio per cercare una chiave k non presente nella lista è $\Theta(1+\alpha)$
  - O(1) è il tempo per calcolare $h(k)$, che si suppone sia costante

Complessità in pratica

- $\Theta(1+\alpha)$ è anche il tempo medio per cercare una chiave *k* che sia presente nella lista
  - la dimostrazione però richiede qualche calcolo in più...
- In pratica:
  - se $n = O(m)$, allora $\alpha = n/m = O(m)/m = O(1)$
  - quindi in media ci mettiamo un tempo costante
- Quindi la complessità temporale è O(1) (in media) per tutte le operazioni (INSERT, SEARCH, DELETE)

Funzioni hash

- Come scelgo una buona funzione hash h?
- In teoria, ne dovrei prendere una che soddisfa l'ipotesi di hashing uniforme semplice
  - per fare ciò, però, dovrei sapere qual è la distribuzione di probabilità delle chiavi che devo inserire
    - se le chiavi sono tutte “vicine”, la funzione hash dovrebbe essere tale da riuscire a separarle
    - se invece so che le chiavi sono distribuite in modo uniforme in [0..K-1] mi basta prendere $h(k) = \lfloor (k/\mathrm{K})m \rfloor$
  - tipicamente si usano delle euristiche basate sul dominio delle chiavi
- Tipica assunzione delle funzioni hash: la chiave k è un intero non-negativo (cioè è in $\mathbb{N}$)
  - facile convertire una qualunque informazione trattata da un calcolatore in un intero non-negativo, basta per esempio interpretare come tale la sequenza di bit corrispondente
  - ad esempio convertire una stringa ASCII (128 simboli) in un intero in base 128

Metodo della divisione

- $h(k) = k \bmod m$
  - facile da realizzare e veloce (una sola operazione)
  - evitare certi valori di m:
    - potenze di 2 (m non deve essere della forma 2^p)
      - se no $k \bmod m$ sono solo i p bit meno significativi di k
      - meglio rendere $h(k)$ dipendente da tutti i bit di k
    - se k è una stringa interpretata in base 2^p allora $m=2^p-1$ non è una buona scelta (hash non cambia permutando i caratteri)
  - spesso si prende per m un numero primo non troppo vicino ad una potenza esatta di 2
  - per esempio m=701, che ci darebbe, se n=2000, in media 3 elementi per lista concatenata

Metodo della moltiplicazione

- Moltiplichiamo k per una costante A reale tale che $0 < A < 1$, quindi prendiamo la parte frazionaria di kA; il risultato lo moltiplichiamo per m, e ne prendiamo la parte intera
- Cioè: $h(k) = \lfloor m(k\text{A mod } 1) \rfloor$
  - in cui $x \bmod 1 = x - \lfloor x \rfloor$ è la parte frazionaria di x
- In questo caso il valore di m non è critico, funziona bene con qualunque valore di A
  - spesso come m si prende una potenza di 2 (cioè $m=2^p$), che rende semplice fare i conti con un calcolatore

Scelta di A nel metodo della moltiplicazione

- È utile prendere come *A* un valore che sia della forma $s/2^w$, con *w* dimensione della parola di memoria del calcolatore (con *s* intero $0<s<2^w$)
  - se *k* sta in una sola parola ($k<2^w$), $ks=kA2^w$ è un numero di 2*w* bit della forma $r_1 2^w + r_0$, ed i suoi *w* bit meno significativi (cioè r_0) costituiscono $kA \bmod 1$
  - il valore di hash cercato (con $m=2^p$) è costituito dai *p* bit più significativi di r_0
- Un valore di A proposto (da Knuth) che funziona bene è

$$A = (\sqrt{5} - 1)/2$$

  - è l'inverso della sezione aurea
  - se si vuole applicare il calcolo precedente, occorre prendere come *A* la frazione della forma $s/2^w$ più vicina all'inverso della sezione aurea
    - dipende dalla lunghezza della parola *w*

Indirizzamento aperto

- Un altro modo di evitare collisioni è tramite la tecnica dell'**indirizzamento aperto**
- In questo caso la tabella contiene *tutte le chiavi*, senza memoria aggiuntiva
  - quindi il fattore di carico α non potrà mai essere più di 1
- L'idea è quella di calcolare l'indice dello slot in cui va memorizzato l'oggetto; se lo slot è già occupato, si cerca nella tabella uno slot libero
  - la ricerca dello slot libero però non viene fatta in ordine 0,1,2,...,*m*-1; la sequenza di ricerca (detta **sequenza di ispezione**) è un valore calcolato dalla funzione hash
    - dipende anche dalla chiave da inserire
    - la sequenza deve essere esaustiva, deve coprire tutte le celle

Funzione hash con indirizzamento aperto

- La funzione hash ora diventa:
  $h : U \times \{0,1,..., m\text{-}1\} \rightarrow \{0,1,..., m\text{-}1\}$
- La sequenza di ispezione $\langle h(k, 0), h(k, 1),..., h(k, m\text{-}1)\rangle$ deve essere una permutazione di $\langle 0, ... , m\text{-}1\rangle$

Operazioni in caso di indirizzamento aperto: INSERIMENTO

```
HASH-INSERT(T, k)
1   i := 0
2   repeat
3      j := h(k, i)
4      if T[j] = NIL
5         T[j] := k
6         return j
7      else i := i + 1
8   until i = m
9   error “hash table overflow”
```

Operazioni in caso di indirizzamento aperto: RICERCA

```
HASH-SEARCH(T, k)
1   i := 0
2   repeat
3      j := h(k, i)
4      if T[j] = k
5         return j
6      else i := i + 1
7   until T[j] = NIL or i = m
8   return NIL
```

Operazioni in caso di indirizzamento aperto: CANCELLAZIONE

- La cancellazione è più complicata, in quanto non possiamo limitarci a mettere lo slot desiderato a *NIL*, altrimenti non riusciremmo più a trovare le chiavi inserite dopo quella cancellata
  - una soluzione è quella di mettere nello slot, invece che *NIL*, un valore convenzionale come DELETED
  - però così le complessità non dipendono più dal fattore di carico

Analisi di complessità con indirizzamento aperto

- Il tempo impiegato per trovare lo slot desiderato (quello che contiene la chiave desiderata, oppure quello libero in cui inserire l'oggetto) dipende (anche) dalla sequenza di ispezione restituita dalla funzione *h*
  - quindi dipende da come è implementata *h*
- Per semplificare un po' il calcolo facciamo un'ipotesi sulla distribuzione di probabilità con la quale vengono estratte non solo le chiavi, ma anche le sequenze di ispezione
- Ipotesi di **hashing uniforme**:
  ognuna delle *m*! permutazioni di $\langle 0, ..., m\text{-}1 \rangle$ è ugualmente probabile che venga selezionata come sequenza di ispezione
  - è l'estensione dell'hashing uniforme semplice visto prima al caso in cui l'immagine sia non più solo lo slot in cui inserire l'elemento, ma l'intera sequenza di ispezione
- L'analisi viene fatta in funzione del fattore di carico $\alpha = n/m$
  - siccome abbiamo al massimo un oggetto per slot della tabella, $n \leq m$, e $0 \leq \alpha \leq 1$

Sotto ipotesi di hashing uniforme

- il numero medio di ispezioni necessarie per effettuare l'inserimento di un nuovo oggetto nella tabella è *m* se $\alpha = 1$ (se la tabella è piena), e non più di $1/(1-\alpha)$ se $\alpha<1$ (se la tabella cioè ha ancora spazio disponibile)
- il numero medio di ispezioni necessarie per trovare un elemento presente in tabella è $(m+1)/2$ se $\alpha=1$, e non più di
  $1/\alpha \log(1/(1-\alpha))$ se $\alpha<1$
- (vedi libro per i calcoli)

Tecniche di ispezione

- In pratica, costruire funzioni hash che soddisfino l'ipotesi di hashing uniforme è molto difficile
- Si accettano quindi delle approssimazioni che, nella pratica, si rivelano soddisfacenti
- Tre tecniche:
  - ispezione lineare
  - ispezione quadratica
  - doppio hashing
    - nessuna di queste tecniche produce le $m!$ permutazioni che sarebbero necessarie per soddisfare l'ipotesi di hashing uniforme
    - tuttavia, nella pratica si rivelano “buone a sufficienza”
- Tutte e 3 le tecniche fanno uso di una (o più) **funzione hash ausiliaria** (ordinaria) h': $U \rightarrow \{0, 1, ..., m\text{-}1\}$

Ispezione lineare

- $h(k,i) = (h'(k)+i) \bmod m$
  - in questo caso l'ispezione inizia dalla cella $h'(k)$, e prosegue in $h'(k)+1$, $h'(k)+2$, ... fino a che non si arriva a m-1, quindi si ricomincia da 0 fino a esplorare tutti gli slot di T
  - genera solo m sequenze di ispezione distinte
    - la prima cella ispezionata identifica la sequenza di ispezione
  - soffre del fenomeno dell'**addensamento** (clustering) **primario**
    - lunghe sequenze di celle occupate consecutive, che aumentano il tempo medio di ricerca

Ispezione quadratica

- $h(k,i) = (h'(k)+c_1 i+c_2 i^2) \bmod m$
  - c_1 e c_2 sono costanti ausiliarie (con $c_2 \neq 0$)
  - c_1 e c_2 non possono essere qualsiasi, ma devono essere scelte in modo che la sequenza percorra tutta la tabella
  - ancora una volta, la posizione di ispezione iniziale determina tutta la sequenza, quindi vengono prodotte m sequenze di ispezione distinte
  - soffre del fenomeno dell'**addensamento secondario**: chiavi con la stessa posizione iniziale danno luogo alla stessa sequenza di ispezione

Hashing doppio

- $h(k,i) = (h_1(k)+i\ h_2(k)) \bmod m$
  - h_1 e h_2 sono funzioni hash ausiliarie
  - perché la sequenza prodotta sia una permutazione di $\langle 0, \ldots, m-1 \rangle$, $h_2(k)$ deve essere primo rispetto a m (non deve avere divisori comuni tranne l'1)
    - posso ottenere questo prendendo come m una potenza di 2, e facendo in modo che h_2 produca sempre un valore dispari
    - oppure prendendo come m un numero primo, e costruendo h_2 in modo che restituisca sempre un valore $< m$
    - esempio:
      $h_1(k) = k \bmod m$
      $h_2(k) = 1 + (k \bmod m')$
      - con $m' < m$ (per esempio $m' = m-1$)
  - numero di sequenze generate ora è $\Theta(m^2)$ in quanto ogni coppia $(h_1(k), h_2(k))$ produce una sequenza di ispezione distinta

Esempio: metodo della divisione

- $h(k)=k \bmod m$
- Prendiamo $m=5$
- Usiamo il *chaining* (concatenamento)
- Inseriamo: 38, 12, 18
- Si ha $h(38)=3$, $h(12)=2$, $h(18)=3$
- Quindi:
- T=[NIL, NIL, lista(12), lista(18, 38), NIL]

Esempio: metodo della moltiplicazione

- $h(k) = \lfloor m(k\text{A mod } 1) \rfloor$ con A=0.618=$(\sqrt{5}-1)/2$
- Come prima prendiamo m=5 (anche se non è potenza di 2) e usiamo chaining
- Inseriamo: 38, 12, 18
- $h(38) = 2$, $h(12) = 2$, $h(18) = 0$
- T = [lista(18), NIL, lista(12, 38), NIL, NIL]

Esempio: ispezione lineare

- Usiamo indirizzamento aperto e ispezione lineare
- $h(k,i) = (h'(k)+i) \bmod m$ con $m = 5$
- Con $h'(k)=k \bmod m$
- Inseriamo 38, 12, e 18
- $h(38,0) = 3$, $h(12,0) = 2$, $h(18,0) = 3$ occupato!
  - Allora passo a $h(18,1) = 4$
- Otteniamo: T = [NIL, NIL, 12, 38, 18]
- Cancelliamo 38: T = [NIL, NIL, 12, DEL, 18]
- Inseriamo 43: h(43,0) = 3 → T = [NIL, NIL, 12, 43, 18]