Algoritmi e Principi dell'Informatica

Appello d' esame

13 febbraio 2015

Nome:_____

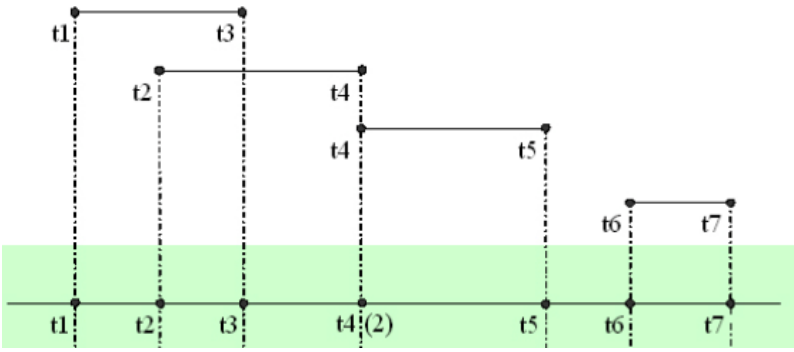
Matricola:_____

Firma:_____

Esercizio 1 (punti 6)

Si consideri il predicato binario estensionale `segment(a,b)`, da non definirsi ulteriormente, che indica la presenza di un segmento sulla retta reale, dal punto con coordinata `a` al punto con coordinata `b`.

Si specifichi in logica del prim'ordine il predicato binario `coalescedSegment(x,y)` che indica che ogni punto sulla retta compreso tra il punto di coordinata `x` e il punto di coordinata `y` appartiene a un qualche segmento specificato tramite il predicato `segment`.



A titolo esemplificativo, la figura rappresenta il caso in cui valgano le formule seguenti:

```
segment(t1,t3)
segment(t2,t4)
segment(t4,t5)
segment(t6,t7).
```

Si può allora ad esempio evincere che valga anche la formula:

```
coalescedSegment(t1,t5).
```

Esercizio 2 (punti 4)

Si consideri il linguaggio definito sull'alfabeto {a, b, c}dalla formula seguente:

$L = (\{abb\}^{+}. ((\{baba\}^{*} - \{bababa\}^{+}) \cup \{c\}^{*}.\{ab\}^{+}.c^{+}) \cap \{a\}^{*}.\{b\}^{*}.\{cabc\}^{*})$

Si dica, spiegando brevemente la risposta qual è il formalismo a potenza minima (generativa se trattasi di grammatica, riconoscitiva se trattasi di automa o in generale macchina a stati) in grado di definire il linguaggio L.
NB: non è richiesto di costruire la grammatica e/o l'automa che definisce L, bensì solo di indicare a quale famiglia, a potenza minima, esso/a appartenga.

Esercizio 3 (punti 4)
Si consideri il linguaggio L definito nell'Esercizio 2: è decidibile il problema di stabilire se una generica macchina di Turing riconosce L?
Spiegare brevemente la risposta.

Tracce delle soluzioni

Esercizio 1

$\forall x \forall y$ `coalescedSegment(x,y)` $\leftrightarrow \exists w \exists z$ `segment(w,z)` $\wedge$ $w \leq x$ $\wedge$ $z \geq x$ $\wedge$ ($z \geq y$ $\vee$ `coalescedSegment(z,y)`)

Esercizio 2

I linguaggi regolari sono chiusi rispetto a tutte le operazioni utilizzate nella formula che definisce L. Siccome esse sono applicate a partire da singoli caratteri dell'alfabeto, che sono casi particolari di linguaggi regolari, l'espressione complessiva definisce un linguaggio regolare, riconoscibile quindi da un automa a stati finiti.

Esercizio 3

Il problema di stabilire se una generica MT riconosca L è evidentemente indecidibile, poiché il riconoscimento di L può essere descritto come la funzione

$f_L(x) = 1$ se $x \in L$, 0 se $x \notin L$

Per il teorema di Rice non è quindi possibile stabilire se una generica MT calcola una funzione fissata, o, equivalentemente, riconosce un linguaggio fissato.