Algoritmi e Principi dell'Informatica

Appello d'esame

3 Luglio 2013

Nome:_____

Matricola:_____

Firma:_____

Tempo a disposizione per la parte di informatica teorica: 1h30'

Esercizio 1 (5 punti)

1. Scrivere una grammatica G_1 a potenza minima che generi il seguente linguaggio L_1 (su un alfabeto A = {0,1}):

$$L_1 = \{w \mid |w| \text{ è dispari}\}$$

$G_1 = <\{S, A\}, \{0,1\}, P_1, S>$

$P_1 =$ {

$S \rightarrow 0A \mid 1A$

$A \rightarrow 0S \mid 1S \mid \varepsilon$

}

2. Scrivere una grammatica G_2 a potenza minima che generi il seguente linguaggio L_2 (sempre su un alfabeto A = {0,1}):

$$L_2 = \{w \mid |w| \text{ è dispari e il suo simbolo centrale è } 0\}$$

$G_2 = <\{S\}, \{0,1\}, P_2, S>$

$P_2 =$ {

$S \rightarrow 0 \mid 0S0 \mid 0S1 \mid 1S0 \mid 1S1$

}

Esercizio 2 (6 punti)

Si consideri il predicato ternario

`mossa(Posizione, Giocatore, Tempo)`

che descrive le mosse effettuate in un gioco da tavolo a due giocatori, in cui

- il primo argomento ("`Posizione`") è una qualche codifica della posizione in cui avviene la mossa (ad esempio, su una scacchiera, potrebbe essere un numero tra 1 e 64, che ne identifica la casella);
- il secondo argomento ("`Giocatore`") è una codifica del giocatore che effettua la mossa in questione;
- il terzo argomento ("`Tempo`") è l'istante di tempo (discreto) in cui avviene la mossa, ossia è il numero d'ordine della mossa all'interno della partita (partendo da 1).

Si consideri inoltre il predicato unario

`fine(Tempo)`

il cui unico argomento ("`Tempo`") indica l'istante di tempo a partire dal quale la partita si considera conclusa (in base alle regole del gioco e allo svolgimento della partita fino all'instante in questione).

Si specifichi in logica del prim'ordine, servendosi dei predicati "`mossa`" e "`fine`", il fatto che i due giocatori (detti "`bianco`" e "`nero`") effettuano, fino alla fine della partita, solo una mossa per volta e a turni alterni, e che il "`bianco`" muove sempre per primo. Nella specifica, è consentito (ma non necessariamente richiesto!) l'uso di funzioni e predicati aritmetici e insiemistici.

// inizia il bianco

$\exists P\ mossa(P,bianco,1)$

$\wedge$

// una sola mossa per volta

$\forall P\ \forall G\ \forall T\ (mossa(P,G,T) \rightarrow \neg \exists P' \exists G'\ ((P \neq P' \vee G \neq G') \wedge mossa(P',G',T)))$

$\wedge$

// alternanza mosse se partita non finita

$\forall P\ \forall G\ \forall T\ (mossa(P,G,T) \wedge \neg fine(T) \rightarrow \exists P'\ mossa(P', avversario(P), T+1))$

$\wedge$

// definizione di avversario

$\forall X\ \forall Y\ (X=nero \wedge Y=bianco \vee Y=nero \wedge X=bianco \leftrightarrow avversario(X) = Y)$

Esercizio 3 (5 punti)

Stabilire se il seguente problema è decidibile:

"Data una generica macchina di Turing M a nastro singolo, stabilire se M assume mai una configurazione diversa da quella iniziale qualora inizi la sua esecuzione con il nastro vuoto."

Il problema è decidibile, poiché basta simulare l'esecuzione della prima mossa compiuta dalla macchina (partendo con il nastro vuoto) per rispondere al quesito posto dal problema.
Se, dopo la prima mossa, la configurazione è cambiata (ad esempio è cambiato lo stato, oppure il contenuto del nastro, oppure la posizione della testina), allora possiamo rispondere positivamente; si noti che questo caso comprende anche la circostanza in cui la mossa effettuata da M è indefinita.
Se invece, dopo la prima mossa, la configurazione è identica a quella iniziale, M è entrata in un ciclo infinito e quindi non cambierà mai configurazione; possiamo pertanto rispondere negativamente.